クラスター成長に於けるIntermittency effect.

山口大教育　古川　浩

急冷された合金等に関する相分離の現象の動的性質は理論・実験・計算機実験の各方面から詳しく調べられ、かなりはっきりしたことが分って来た。その中で構造関数 $S_k(t)$、又は散乱関数 $I_k(t)$ $(\propto S_k(t))$ に対するスケーリングの仮定

$$S_k(t) = R^d(t)\,\tilde{S}(kR(t)) \tag{1}$$

及び長さのスケールRに対するべき乗則

$$R(t) \propto t^a \tag{2}$$

が一般的に成り立つことが明らかとなった。ここでdは次元, kは波数, aは一般に定数、である。(1)において次元dが表われるのはshort range orderの発達が急速に終了することを示す。(2)はすべての平均量が(べきdを除いて)(1)と同様なscalingに従うことからくる。aは有限の時間t内ではtに依存し、又scaling function $\tilde{S}(x)$もtに依存するが、$t\to\infty$の極限ではaはある最大の値 a_1 に収束すると考えられている。ここで最大の極限 a_1 とはその系で考えうるprocessのうち最大のべきaを与えるものである。relaxational systemでは $a_1=1/2$(非保存系), $a_1=1/3$(保存系), 液体では $a_1=1$ となり、いずれも表面張力によってクラスターの成長が促進される。系によって a_1 が異るのはmobilityが系によって異ることによる。上の a_1 に対する値は理論的予想であり、その中で $a_1=1/2$ は比較的実験とよく合う。他のべきについてもこれを支持する実験、計算機実験は多くあるが、又これからはずれる実験も多くある。さらにaの変化にしてもより大きい値 a_1 へと変化する場合と、逆により小さい値 a_2 へと変化する場合とが見られる。

より小さい値へと変化する場合は表面張力の効果があまりないことになる。このように表面張力の効果が禁止されうることはLifsitzやSafranによって理論的に予想されていた。これらはクラスターの表面の形状の変化に対して全クラスター表面積の変化がない場合がありうることを示している。例えば2次元系ですべてのクラスターの形が正六角形であれば、そのうち1つが全体の大きさを少し変化させても境界の長さは変化しない。この場合、クラスターの大きさを変えるdriving forceは表面張力ではなく表面の熱運動である。したがって頻繁にクラスターがclose-packingの形をとる系(例えば非常に多くの成分をもつ系)では先の $a_1=1/2,\ 1/3,\ 1$ といったexponentは例えばそれぞれ $a_2=1/d{+}1,\ 1/d{+}2,\ 1/d$, といったexponentにとってかわられることになる。しかしある場合は表面張力によって、ある場合はthermal forceによって(クラスターが)driveされるといった中間の性格をもった系ではaが中間の値をとることになるだろう。

さて、クラスターの平均size Rが表面張力によって dt_1 時間内に dR_1 だけ変化、

dt_2時間内にdR_2だけ変化するとすれば、クラスターの平均size Rは次の式に従うことになる：

$$\frac{dR}{dt}=\frac{dR_1+dR_2}{dt_1+dt_2}=\frac{F_1(R)+F_2(R)Q}{1+Q}\quad, \tag{3}$$

$$F_1(R)=\frac{dR_1}{dt_1}\quad,\quad F_2(R)=\frac{dR_2}{dt_2}\quad,\quad Q=\frac{dt_2}{dt_1}\quad.$$

ここで $F_1(R)\propto R^{1-\frac{1}{a_1}}$, $F_2(R)\propto R^{1-\frac{1}{a_2}}$, a_1は表面張力によるもの、a_2は thermal force によるものを表わす。Qに対してFと同様なスケーリングの仮定

$$Q=Q_0\,R^{\frac{1}{a_I}-\frac{1}{a_1}} \tag{4}$$

をおいてみる。そのとき(3)では$a_I=a_1$で

$$\frac{d}{dt}R=\frac{1}{1+Q_0}\left(F_1(R)+Q_0F_2(R)\right) \tag{5}$$

$a_I=a_2$ で

$$\frac{d}{dt}R=\left(A_1F_1^{-1}(R)+A_2F_2^{-1}(R)\right)^{-1} \tag{6}$$

となる。したがって(5)ではRの成長速度はより大きいaをもったものへとCross overし、(6)ではより小さいaをもったものへとCross overする。このいずれの場合も現実に観測されており、方程式(3)が現実的なものであることがわかる。(3)は一般に$\lim_{t\to\infty}R\propto t^{a_I}$を与え、これより$t\to\infty$の極限でかならずしもaは最大値$a_1$に移行するとは限らないことがわかる。

Rの成長速度が中間のべき$a=a_I$を持つことはけっして不自然ではないことがわかったが、a_Iを計算することは又別の問題である。局所的にも(5)又は(6)が成立し、且つdt_1, dt_2が十分長い($\approx O(t)$)と考えれば、近似的にa_Iを求めることが出来、それぞれ

$$a_{I1}=w_1a_1+w_2a_2 \tag{7a}$$

$$a_{I2}=\left(w_1a_1^{-1}+w_2a_2^{-1}\right)^{-1} \tag{7b}$$

を得る。ここでa_{I1}は高温で、a_{I2}は低温で成り立つと考えることが出来る。w_1は表面張力が有効であるクラスターの配置が実現する確率、$w_2=1-w_1$。近似的に高温では

$$w_1=\mathrm{Min.}\left[3p^{-1},1\right]\quad. \tag{8}$$

zは球をclose-packさせた時のnearest neighborにある球の数。pはrelaxational systemではspeciesの数，2成分液体では少数成分のvolume fractionの逆数である。高温では(7)(8)は計算機実験や1節の液体の実験をよく説明する。低温ではこれらのなかた a_2 及び w_1 の温度依存性を考慮しなければならない。a_2, w_1 の高温における値はすべて界面の動きやすさと関係することを考慮すれば

$$a_2(T) = a_2 f(T), \quad w_2(T) = w_2 f(T)$$

$$f(T_c) = 1$$

と置けるだろう。

結論 クラスターの成長において単一のメカニズムが支配する場合と、複数のメカニズムによって成長が支配される場合とがある。後者は場合によってはクラスター成長がlockされることがある。よりかさい成長速度へのクロスオーバー、より大きい成長速度へのクロスオーバー、と2種類のクロスオーバーが存在することから、その中間的なふるまいも現実に存在すべきである。

参考文献

・クラスターの成長のlockingについての理論

I.M. Lifshitz, Sov. Phys. JETP 15, 939 (1962)

S.A. Safran, Phys. Rev. Lett. 46, 1581 (1981)

・Intermittencyについて

H. Furukawa, Phys. Lett. 98A, 361 (1983)

Phys. Rev. A (in press)

・Crossover, locking-inの実験について.

高温で小さいものから大きい成長速度へのCrossoverについて. 例えば液体で N.C. Wong and C.M. Knobler, Phys. Rev. A24, 3205 (1981) 及びその引用文献. 合金では S.Katano and M. Iizumi, Preprint 及び 58年度日本物理学会予稿集(金属)

低温で大きい成長速度から小さい成長速度へのCrossoverについて. 例えば S. Komura, 他 Physica 120B, 397 (1983). M. Furusaka, 他 Physica 120B, 383 (1983).

・中間のベキへcrossoverする計算機実験

P.S. Sahni et al, Phys. Rev. Lett 50, 263 (1983) and Phys. Rev. B28 2705 (1983)

A. Sadiq and K. Binder, Phys. Rev. Lett. 51, 679 (1983) and Preprint.